Exam Shot

Mathematics 10th

Full Math Syllabus

- Most Repeated Questions from last year papers
- Video lecture Given for the assistance
- QR code of Objective Questions given
- 100% guaranteed marks
- 10 days systematic study Plan

Click on icon (GOTU) for watching the lecture

Or scan the QR code mentioned

Dr. Arun Kumar Garg

YouTube Abhyaas by Arun Sir

After Grand Success of EXAMSHOT 8th,

Now on huge demand launching

EXAMSHOT 10th

download from

website: themathbook.in

THEMATH
BOOK

A solution to every problem of Mathematics

- No need for tuition
- Solution of every problem
- Topic Wise Video Lectures
- Assignments
- Online Tests
- Sample Papers
- Last year's Papers

ਅਧਿਆਇ – 1
ਵਾਸਤਵਿਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ

- ❖ **ਅੰਕਗਣਿਤ ਦੀ ਮੂਲਭੂਤ ਪ੍ਰਮੇਯ(Fundamental Theorem of Arithmetic) :** ਹਰੇਕ ਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਨੂੰ ਉਸਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡਾਂ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਿਖਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਗੁਣਨਫਲ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਤਰਤੀਬਕ੍ਰਮ ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਵਿਲੱਖਣ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ।
- ❖ ਜੇਕਰ p ਕੋਈ ਅਭਾਜ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ p, a^2 ਨੂੰ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ਤਾਂ p, a ਨੂੰ ਵੀ ਵੰਡੇਗੀ
- ❖ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = ਲ.ਸ.ਵ. × ਮ.ਸ.ਵ.

2 ਅੰਕ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ 96 ਅਤੇ 404 ਦਾ ਮ.ਸ.ਵ. ਅਤੇ ਲ.ਸ.ਵ. ਪਤਾ ਕਰੋ ।

come-become-educated
Abhyaas:

ਹੱਲ : $96 = 2^5 \times 3$

$404 = 2^2 \times 101$

ਮ.ਸ.ਵ. $= 2^2 = 4$ ਲ.ਸ.ਵ. $= 2^5 \times 3 \times 101 = 9696.$

2. ਸੰਖਿਆਵਾਂ 26 ਅਤੇ 91 ਦਾ HCF ਅਤੇ LCM ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ਕਿ ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = HCF × LCM

ਹੱਲ: $26 = 2 \times 13$ ਅਤੇ $91 = 7 \times 13$

ਮ.ਸ.ਵ. (HCF) $= 13$

ਲ.ਸ.ਵ. (LCM) $= 13 \times 2 \times 7 = 182$

ਹੁਣ, ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = HCF × LCM

$\Rightarrow 26 \times 91 = 13 \times 182$

$\Rightarrow 2366 = 2366$

3. ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਸੇ ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆ n ਲਈ ਸੰਖਿਆ 6^n ਅੰਕ ਸਿਫਰ (0) ਤੇ ਸਮਾਪਤ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ 6^n ਸਿਫਰ ਤੇ ਖਤਮ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ।

$\therefore$ 6^n ਸੰਖਿਆ 5 ਨਾਲ ਵੰਡੀ ਜਾਵੇਗੀ ।

$\therefore$ 6^n ਦੇ ਅਭਾਜ ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿੱਚ 5 ਆਉਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ ।

ਪਰ $6^n = (2 \times 3)^n$

∴ ਅੰਕਗਣਿਤ ਦੀ ਮੂਲ ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੁਆਰਾ 6^n ਵਿੱਚ 2 ਅਤੇ 3 ਇਲਾਵਾ ਹੋਰ ਕੋਈ ਗੁਣਨਖੰਡ ਨਹੀਂ ਆਵੇਗਾ ।

∴ ਅਜਿਹੀ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ n ਨਹੀਂ ਜਿਸਦੇ ਲਈ 6^n ਅੰਕ 0 ਤੇ ਖਤਮ ਹੋਵੇ ।

4. ਸਿੱਧ ਕਰੋ $3+2\sqrt{5}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ $3+2\sqrt{5}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ।

$\therefore\ 3+2\sqrt{5}=\frac{p}{q}$ {p ਅਤੇ q ਸਹਿ ਅਭਾਜ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਹਨ, $q \neq 0$}

$\Rightarrow\ \sqrt{5}=\frac{\frac{p}{q}-3}{2}$

[ਹੁਣ $\sqrt{5}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ਅਤੇ $\frac{p}{q}$ ਇੱਕ ਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ]

∴ ਅਪਰਿਮੇਯ = ਪਰਿਮੇਯ (ਜੋ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ)

∴ $3+2\sqrt{5}$ ਇੱਕ ਅਪਰਿਮੇਯ ਸੰਖਿਆ ਹੈ ।

ਅਧਿਆਇ – 2
ਬਹੁਪਦ

e-educated

- ❖ ਜੇ ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹਨ ਤਾਂ
  ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $= x^2 -$ (ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ) x + (ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ)
- ❖ **ਸਿਫਰਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਾਂਕਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਬੰਧ :** ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $= ax^2+bx+c,$
  ਜਿੱਥੇ a, b ਅਤੇ c ਕ੍ਰਮਵਾਰ x^2, x ਦੇ ਗੁਣਾਂਕ ਅਤੇ ਅਚਲ ਸੰਖਿਆ ਹਨ,
  ਜੋ ਕਿਸੇ ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ ਦਿੱਤੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ

  ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $= -\frac{b}{a}$ ਅਤੇ ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾ $= \frac{c}{a}$

1 ਅੰਕ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਖਾਲੀ ਸਥਾਨ ਭਰੋ: ਜੇ ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਸਿਫਰਾਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $= x^2 - (\dots\dots\dots\dots\dots)x + (\dots\dots\dots\dots\dots\dots.)$

ਹੱਲ: ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $= x^2 -$(ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ)x + (ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ)

2. ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $p(x)=3x^2+5x-2$ ਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $= \frac{-(x \text{ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ})}{x^2 \text{ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ}} = \frac{-5}{3}$

3. **ਇੱਕ ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਦੀਆਂ ਵੱਧੋ ਵੱਧ ………….. ਸਿਫਰਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।**

a) 1 **b)** 2 **c)** 3 **d)** 4

ਹੱਲ: b)

2 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

4. **ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੀਆਂ ਸਿਫਰਾਂ −3 ਅਤੇ 5 ਹਨ ।**

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ

ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ = x^2 – (ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ) x + (ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾਂ)

$= x^2 - (-3+5)x + (-3)5 = x^2 - 2x - 15$

5. **ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਸਦੇ ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 5 ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ 8 ਹੈ ।**

ਹੱਲ : ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ = x^2 – (ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ) x + (ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾਂ)

$= x^2 - 5x + 8$

6. **ਦੋ ਘਾਤੀ ਬਹੁਪਦ $x^2 - 2x - 8$ ਦੇ ਸਿਫਰ ਪਤਾ ਕਰੋ ਅਤੇ ਸਿਫਰਾਂ ਅਤੇ ਗੁਣਾਕਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਸੰਬੰਧਾਂ ਦੀ ਸਚਾਈ ਦੀ ਜਾਂਚ ਕਰੋ ।**

ਹੱਲ : $x^2 - 2x - 8 = x^2 - 4x + 2x - 8 = x(x-4) + 2(x-4)$

$= (x-4)(x+2)$

ਸਿਫਰਾਂ ਲਈ : $x - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 4$

ਜਾਂ $x + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -2$

ਜਾਂਚ : ਸਿਫਰਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $= \dfrac{-(x \text{ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ})}{x^2 \text{ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ}}$

$\Rightarrow \quad 4 + (-2) = -\dfrac{(-2)}{1} \quad \Rightarrow \quad 2 = 2$

ਅਤੇ ਸਿਫਰਾਂ ਦੀ ਗੁਣਾਂ $= \dfrac{(\text{ਅਚਲ ਸੰਖਿਆ})}{x^2 \text{ ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ}}$

$4 \times (-2) = \dfrac{-8}{1} \quad \Rightarrow \quad -8 = -8$

ਅਧਿਆਇ – 3

ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ ਜੋੜੇ

come-become-educated Abhyaas:

ਦੋ ਚਲਾਂ ਵਿੱਚ ਰੇਖੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ $a_1x + b_1y = c_1$; $a_2x + b_2y = c_2$

ਲੜੀ ਨੰ.	ਸਰਤ	ਹੱਲ	ਆਲੇਖ (ਗ੍ਰਾਫ)	
1.	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ਇੱਕ ਹੱਲ	ਕਾਟਵੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ	ਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ
2.	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ਅਨੇਕਾਂ ਹੱਲ	ਸੰਪਾਤੀ ਰੇਖਾਵਾਂ	ਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ
3.	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ਕੋਈ ਹੱਲ ਨਹੀ	ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ	ਅਸੰਗਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ

6 ਅੰਕ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਸਮੀਕਰਨ ਜੋੜੋ : $2x + y = 4, x + y = 2$ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ।

come-become-educated
Abhyaas

ਹੱਲ: $2x + y = 4$ .... (i)

$x + y = 2$ .... (ii)

$i)$ ਵਿੱਚੋਂ $ii)$ ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਤੇ

$(2x + y) - (x + y) = 4 - 2$

$\Rightarrow 2x + y - x - y = 2 \quad \Rightarrow x = 2$

ਸਮੀਕਰਨ $i)$ ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$i) \Rightarrow 2(2) + y = 4 \quad \Rightarrow 4 + y = 4 \quad \Rightarrow y =$
0

2. ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੇ $5x + 8y = 9, 2x + 3y = 4$ ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ, ਜੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਹੱਲ ਕਰੋ

ਹੱਲ: **ਵਿਲੱਖਣ ਹੱਲ ਲਈ :**

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{2}; \frac{b_1}{b_2} = \frac{8}{3}$ ਤਾਂ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\therefore$ ਸਮੀਕਰਨ ਦਾ ਵਿੱਲਖਣ ਹੱਲ ਹੈ

ਹੱਲ: ਵਿਲੋਪਨ ਵਿਧੀ ਰਾਂਹੀ

$[5x + 8y = 9] \times 2$ ——————— (i)

$[2x + 3y = 4] \times 5$ ——————— (ii)

$(i) \Rightarrow 10x + 16y = 18$ ——————— (iii)

$(ii) \Rightarrow 10x + 15y = 20$ ————————— (iv)

(iii) ਅਤੇ $iv)$ਘਟਾਉਣ ਤੇ)

$(10x+16y)-(10x+15y)=18-20 \qquad \Rightarrow\ y=-2$

ਸਮੀਕਰਨ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

$5x+8y=9 \qquad \Rightarrow 5x+8(-2)=9$

$\Rightarrow\ 5x-16=9 \qquad \Rightarrow\ 5x=9+16=25 \qquad \Rightarrow x=5$

3. ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ 110 ਹੈ। ਸੰਖਿਆਂ ਦੇ ਦਹਾਈ ਦੇ ਅੰਕ ਵਿੱਚੋ ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ ਘਟਾਉਣ ਤੇ 6 ਆਉਦਾ ਹੈ। ਸੰਖਿਆਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਉ ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ = $\boldsymbol{x}$, ਦਹਾਈ ਦਾ ਅੰਕ = y

ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ = yਦਹਾਈ + xਇਕਾਈ = $10y+x$

ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਉਲਟਾ ਕੇ ਸੰਖਿਆ = $10x+y$

(ਦੋ ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੀ ਸੰਖਿਆ) + (ਉਲਟਾ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਸੰਖਿਆਂ) = 110

$(10y+x)+(10x+y)=110 \quad \Rightarrow 11x\ +\ 11y\ =\ 110$

$\Rightarrow\ x+\ y=10$ (11 ਨਾਲ ਵੰਡਣ ਤੇ) ------------ (i)

ਅਤੇ (ਦਹਾਈ ਦੇ ਅੰਕ) - (ਇਕਾਈ ਦਾ ਅੰਕ) = 6

$y-x=6$ -------------- (ii)

(i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ

$\Rightarrow\ (x+y)+(y-x)=10+6 \quad \Rightarrow 2y=16 \quad \Rightarrow y\ =\ 8,$

(i) ਵਿਚ ਭਰਨ ਤੇ $x+8=10 \quad \Rightarrow x=10-8=2$

ਸੰਖਿਆ = 82

4. ਪੰਜ ਸਾਲ ਪਹਿਲਾ ਹਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ ਗੁਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਤਿੰਨ ਗੁਣਾ ਸੀ। ਦੱਸ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਹਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ ਗੁਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ ਦਾ ਦੁਗਣਾ ਹੋਵੇਗੀ। ਦੋਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਉ ਹਰਦੀਪ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ = x ਸਾਲ

ਗੁਰਦੀਪ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਉਮਰ = y ਸਾਲ

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ

5 **ਸਾਲ ਪਹਿਲਾ ਹਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ** = 3×(5 **ਸਾਲ ਪਹਿਲਾ ਗੁਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ**)

$\Rightarrow\ (x-5)=\ 3(y-5)\ \Rightarrow\ x-5=3y-15$

$\Rightarrow\quad x-3y=-15+5=-10\ ------(i)$

ਅਤੇ 10 **ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਹਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ** = 2(**ਦਸ ਸਾਲ ਬਾਅਦ ਗੁਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ**)

$\Rightarrow\quad (x+10)=2(y+10) \qquad \Rightarrow x+10=2y+20$

$\Rightarrow\qquad x-2y=20-10=10\ ---------------(ii)$

(i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਤੇ

$(x-3y)-(x-2y)=-10-10=-20$

$\Rightarrow\ -y=-20\ \Rightarrow\ \ y=20$

(i) ਵਿਚ ਭਰਨ ਤੇ $x-3(20)=-10 \quad \Rightarrow x=-10+60=50$

ਹਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ = 50 ਸਾਲ, ਗੁਰਦੀਪ ਦੀ ਉਮਰ = 20 ਸਾਲ

5. ਕਿਸੇ ਭਿੰਨ ਦੇ ਅੰਸ ਵਿੱਚ 1 ਅਤੇ ਹਰ ਵਿਚ 2 ਜ਼ੋੜਨ ਨਾਲ ਇਹ $\frac{5}{7}$ ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਅੰਸ਼ ਵਿਚੋਂ 1 ਘਟਾਉਣ ਨਾਲ ਇਹ $\frac{3}{5}$ ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ । ਭਿੰਨ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਓ ਭਿੰਨ ਦਾ ਅੰਸ਼ $= x$ ਹਰ $= y$ ਭਿੰਨ $= \frac{x}{y}$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ $\frac{x+1}{y+2} = \frac{5}{7} \Rightarrow 7(x+1) = 5(y+2)$

$\Rightarrow 7x + 7 = 5y + 10 \Rightarrow 7x - 5y = 10 - 7 = 3 \ldots\ldots(i)$

ਅਤੇ $\frac{x-1}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5(x-1) = 3y$

$\Rightarrow 5x - 5 = 3y \Rightarrow 5x - 3y = 5 \ldots\ldots(ii)$

$(i) \Rightarrow (7x - 5y = 3) \times 5 \Rightarrow 35x - 25y = 15$

ਅਤੇ $(ii) \Rightarrow (5x - 3y = 5) \times 7 \Rightarrow 35x - 21y = 35$

(ਘਟਾਉਣ ਤੇ) $-4y = -20 \Rightarrow y = 5$

.(i) ਵਿਚ y ਭਰਨ ਤੇ $7x - 5(5) = 3 \Rightarrow 7x = 3 + 25 = 28$

$\Rightarrow x = \frac{28}{7} = 4$ ਭਿੰਨ $= \frac{4}{5}$

come-become-educated

ਅਧਿਆਇ – 4
ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਨ

3Ideas:

❖ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਨ $ax^2 + bx + c = 0 \;; a \neq 0$

ਡਿਸਕ੍ਰਿਮੀਨੈਂਟ $(D) = b^2 - 4ac$

ਜੇ $D = 0$, ਦੋਵੇਂ ਮੂਲ ਬਰਾਬਰ

$D > 0$, ਦੋਵੇਂ ਮੂਲ ਅਲੱਗ ਅਲੱਗ

$D < 0$, ਕੋਈ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮੂਲ ਨਹੀਂ $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਗੁਣਨਖੰਡ ਵਿਧੀ ਰਾਹੀਂ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੋ :

$$\boldsymbol{x^2 - 3x - 10 = 0}$$

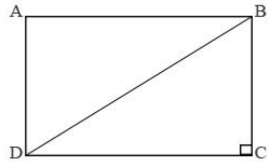
ਹੱਲ : $x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$

$\Rightarrow x(x-5) + 2(x-5) = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$

$\Rightarrow \quad x-5=0$ ਜਾਂ $x+2=0$

$x=5,-2$

2. ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ $6x^2-x-2=0$ ਦੇ ਵਾਸਤਵਿਕ ਮੂਲ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ, ਜੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਮੂਲ ਵੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ : $6x^2-x-2=0$

ਸਮੀਕਰਨ $ax^2+bx+c=0$ ਨਾਲ ਤੁਲਨਾ ਕਰਨ ਤੇ

$a=6, b=-1, c=-2$

$D=\ b^2-4ac=\ (-1)^2-4\times6\times(-2)=1+48=49$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-1)\pm\sqrt{49}}{2\times6}=\frac{1\pm7}{12}=\frac{1+7}{12};\frac{1-7}{12}$

$=\frac{8}{12};\frac{-6}{12}=\frac{2}{3},\frac{-1}{2}$

3. ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 27 ਅਤੇ ਗੁਣਨਫਲ 182 ਹੈ ।

come-become-educated

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਸੰਖਿਆ $=x$, ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ $=27-x$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ

(ਪਹਿਲੀ ਸੰਖਿਆ) $\times$ (ਦੂਜੀ ਸੰਖਿਆ) $=182$

$\Rightarrow \quad x\times(27-x)=182 \quad \Rightarrow \quad 27x-\ x^2=182$

$\Rightarrow \quad x^2-27x+182=0 \quad \Rightarrow x^2-13x-14x+182=0$

$\Rightarrow \quad x(x-13)-14(x-13)=0 \quad \Rightarrow (x-13)(x-14)=0$

$\Rightarrow \quad x=13,14$ $\quad \therefore$ ਸੰਖਿਆਵਾਂ $=\ 13,14$

4. ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਖੇਤ ਦਾ ਵਿਕਰਨ ਉਸ ਦੀ ਛੋਟੀ ਭੁਜਾ ਤੋਂ 60 ਮੀ. ਵੱਧ ਲੰਬਾ ਹੈ । ਜੇ ਵੱਡੀ ਭੁਜਾ ਛੋਟੀ ਭੁਜਾ ਤੋਂ 30 ਮੀ. ਵੱਧ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਖੇਤ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ

ਵਿਕਰਨ (BD) = ਛੋਟੀ ਭੁਜਾ (BC) + 60

ਵੱਡੀ ਭੁਜਾ(CD) = ਛੋਟੀ ਭੁਜਾ(BC) + 30

ਮੰਨ ਲਓ ਛੋਟੀ ਭੁਜਾ$(BC)=x$

ਵਿਕਰਨ(BD) $=x+60$

ਵੱਡੀ ਭੁਜਾ (CD) $=x+30$

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਦੁਆਰਾ $\quad \mathrm{BD}^2=\mathrm{BC}^2+\mathrm{CD}^2$

$\Rightarrow (x+60)^2=x^2+(x+30)^2$

$\Rightarrow \quad x^2+120x+3600=x^2+x^2+60x+900$

$\Rightarrow \quad x^2-60x-2700=0 \quad \Rightarrow \quad x^2-90x+30x-2700=0$

$\Rightarrow x(x-90)+30(x-90)=0 \quad \Rightarrow (x-90)(x+30)=0$

$\Rightarrow x=90, x=-30$ (ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ)

ਛੋਟੀ ਭੁਜਾ (BC) = 90 ਮੀ. ਵੱਡੀ ਭੁਜਾ (CD) = 90 + 30 = 120 ਮੀ.

5. ਸਮੀਕਰਨ $2x^2+kx+3=0$ ਵਿੱਚ k ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੇ ਮੂਲ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣ ।

ਹੱਲ : ਬਰਾਬਰ ਮੂਲ ਲਈ $D=0 \quad \Rightarrow b^2-4ac=0$

$\Rightarrow k^2-4\times 2\times 3=0 \quad \Rightarrow k^2-24=0$

$\Rightarrow k^2=24 \quad \Rightarrow k=\pm\sqrt{24} \quad \Rightarrow k=\pm 2\sqrt{6}$

6. ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ 306 ਹੈ। ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਉ ਲਗਾਤਾਰ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ $x+1$ ਹਨ।

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ, ਦੋ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ = 306

$\Rightarrow x.(x+1)=306 \quad \Rightarrow x^2+x-306=0$

$\Rightarrow x^2+18x-17x-306=0 \quad \Rightarrow x(x+18)-17(x+18)=0$

$\Rightarrow (x+18)(x-17)=0 \quad \Rightarrow x=17,-18$ (ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ)

$\therefore x$ ਇੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$\therefore$ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ = 17,18

come-become-educated
Abhyaas

7. ਦੋ ਅਜਿਹੀਆਂ ਲਗਾਤਾਰ ਟਾਂਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਪੂਰਨ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜਿਹਨਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 290 ਹੋਵੇ।

ਹੱਲ: ਮੰਨ ਲਉ ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਟਾਂਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ x ਅਤੇ $x+2$

ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਅਨੁਸਾਰ, ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦੇ ਵਰਗਾਂ ਦਾ ਜੋੜ = 290

$\Rightarrow x^2+(x+2)^2=290 \quad \Rightarrow x^2+(x^2+4+2\times x\times 2)=290$

$\Rightarrow x^2+x^2+4+4x=290 \quad \Rightarrow 2x^2+4x-286=0$

$\Rightarrow x^2+2x-143=0 \quad \Rightarrow x^2+13x-11x-143=0$

$\Rightarrow x(x+13)-11(x+13)=0 \quad \Rightarrow (x+13)(x-11)=0$

$\Rightarrow x=11,-13$ ਪਰ x ਧਨਾਤਮਕ ਟਾਂਕ ਸੰਖਿਆ ਹੈ।

$\therefore$ ਦੋ ਟਾਂਕ ਧਨਾਤਮਕ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 11 ਅਤੇ 13

ਅਧਿਆਇ – 5
ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਲੜੀਆਂ

- **ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਲੜੀਆਂ** : $a_1, a_2, a_3, \ldots \ldots$
  $a, a+d, a+2d, \ldots . a =$ ਪਹਿਲੀ ਰਕਮ, $d =$ ਦੂਜੀ ਰਕਮ – ਪਹਿਲੀ ਰਕਮ
- n ਵੀਂ ਰਕਮ(ਆਮ ਪਦ) $= a + (n-1)d$
  - n ਵੀਂ ਰਕਮ ਨੂੰ ਅਖੀਰਲੀ ਰਕਮ (l) ਵੀ ਕਿਹਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਜੈ
  - n ਵੀਂ ਰਕਮ ਵਿੱਚ n ਦਾ ਗੁਣਾਂਕ ਅੰਤਰ(d) ਹੁੰਦਾ ਹੈ
- $d = a_n - a_{n-1}$
- $S_n = \frac{n}{2}(a+l)$ ਜਾਂ $\frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
- $a_n = S_n - S_{n-1}$
- ਪਹਿਲੀਆਂ n ਕੁਦਰਤੀ ਸੰਖਿਆਵਾਂ ਦਾ ਜੋੜ $= \frac{n(n+1)}{2}$

4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. 2, 7, 12, …… 10 ਪਦਾਂ ਤੱਕ AP ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : $a = 2, d = 7 - 2 = 5$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 2 + (10-1)5] = 5[4 + 9 \times 5]$$

$$= 5[4 + 45] = 5 \times 49 = 245$$

2. ਜੇ ਕਿਸੇ AP ਦਾ ਦੂਜਾ ਪਦ 13 ਅਤੇ ਚੌਥਾ ਪਦ 3 ਹੈ ਤਾਂ AP ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : ਦੂਜਾ ਪਦ = 13 $\Rightarrow a + d = 13$ ----------- (i)

ਚੌਥਾ ਪਦ = 3 $\Rightarrow a + 3d = 3$ ------------ (ii)

(i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਤੇ

$2d = -10 \Rightarrow d = -5$ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ‘ਤੇ

(i) $\Rightarrow a + (-5) = 13 \Rightarrow a = 18$

AP is 18,13,8,3, … … … … …

3. $7, 13, 19, \ldots \ldots 205$ AP ਵਿੱਚ ਕਿੰਨੇ ਪਦ ਹਨ ?

ਹੱਲ : $a = 7, d = 13 - 7 = 6$

ਅਖੀਰਲਾ ਪਦ$(a_n) = 205$ $\Rightarrow$ $a + (n-1)d = 205$

$\Rightarrow 7 + (n-1)6 = 205$ $\Rightarrow 7 + 6n - 6 = 205$

$\Rightarrow 6n + 1 = 205$ $\Rightarrow$ $6n = 205 - 1 = 204$ $\Rightarrow n = \frac{204}{6} = 34$

$\therefore$ AP ਵਿੱਚ 34 ਪਦ ਹਨ ।

4. 3 ਅੰਕ ਵਾਲੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 7 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ ਹਨ ?

ਹੱਲ : 3 ਅੰਕ ਵਾਲੀਆਂ ਸੰਖਿਆਵਾਂ 100,101,102, ...999

7 ਨਾਲ ਭਾਜਯੋਗ 105,112,119, ...,994

$a = 105, d = 112 - 105 = 7$

ਅਖੀਰਲਾ ਪਦ $(a_n) = 994$ $\Rightarrow$ $a + (n-1)d = 994$

$\Rightarrow$ $105 + (n-1)7 = 994$ $\Rightarrow 105 + 7n - 7 = 994$

$\Rightarrow 7n + 98 = 994$ $\Rightarrow 7n = 994 - 98 = 896$ $\Rightarrow$ $n = \frac{896}{7} = 128$

5. AP 3, 8, 13, ... , 253 ਵਿੱਚ ਅੰਤਿਮ ਪਦ ਤੋਂ 20ਵਾਂ ਪਦ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : AP 3,8,13, ... ,253 ਦਾ ਅੰਤਿਮ ਪਦ ਤੋਂ 20ਵਾਂ ਪਦ =

AP 253,248, ... ,8,3 ਦਾ ਆਰੰਭਿਕ ਤੋਂ 20ਵਾਂ ਪਦ

$a = 253, d = 248 - 253 = -5$

$\therefore$ 20ਵਾਂ ਪਦ= $a + 19d = 253 + 19(-5) = 253 - 95 = 158$

6. ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ : $(-5) + (-8) + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots + (-230)$

ਹੱਲ : $a = -5, d = (-8) - (-5) = -3$

ਅਖੀਰਲਾ ਪਦ $(a_n) = -230$

$a + (n-1)d = -230$ $\Rightarrow -5 + (n-1)(-3) = -230$

$\Rightarrow -5 - 3n + 3 = -230$ $\Rightarrow -3n - 2 = -230$

$\Rightarrow -3n = -230 + 2 = -228$ $\Rightarrow$ $n = \frac{-228}{-3} = 76$

ਹੁਣ, $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$S_{76} = \frac{76}{2}[(-5) + (-230)] = 38 \times (-235) = -8930$

7. ਉਸ AP ਦੇ ਪਹਿਲੇ 51 ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ, ਜਿਸਦੇ ਦੂਸਰੇ ਅਤੇ ਤੀਸਰੇ ਪਦ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 14 ਅਤੇ 18 ਹਨ ।

ਹੱਲ : $a_2 = 14, a_3 = 18, n = 51$

$a_2 = 14$ $\Rightarrow$ $a + d = 14$-------------- (i)

$a_3 = 18$ $\Rightarrow$ $a + 2d = 18$--------------- (ii)

(i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਘਟਾਉਣ ਤੇ

come-become-educated
Abhyaas:

$d = 4$ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ਤੇ

(i) $\Rightarrow \quad a + 4 = 14 \quad \Rightarrow \quad a = 14 - 4 = 10$

ਹੁਣ $a = 10, d = 4, n = 51$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{51} = \frac{51}{2}[2(10) + (51-1)4] = \frac{51}{2}[20 + 50 \times 4]$$

$$= \frac{51}{2}[20 + 200] = \frac{51}{2} \times 220 = 51 \times 110 = 5610$$

8. ਜੇ ਕਿਸੇ AP ਦਾ nਵਾਂ ਪਦ $4n + 3$ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸਦੇ ਪਹਿਲੇ 15 ਪਦਾਂ ਦਾ ਜੋੜਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : $a_n = 4n + 3$

$n = 1;\ a_1 = 4(1) + 3 = 4 + 3 = 7$

$n = 2;\ a_2 = 4(2) + 3 = 8 + 3 = 11$

$n = 3;\ a_3 = 4(3) + 3 = 12 + 3 = 15$

AP $7, 11, 15, \ldots \ldots \ldots ..$

$a = 7, d = 11 - 7 = 4, n = 15$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{15} = \frac{15}{2}[2(7) + (15-1)4] = \frac{15}{2}[14 + 14 \times 4]$$

$$= \frac{15}{2}[14 + 56] = \frac{15}{2} \times 70 = 15 \times 35 = 525$$

ਅਧਿਆਇ – 6,10
ਤ੍ਰਿਭੁਜ਼ ਅਤੇ ਚੱਕਰ

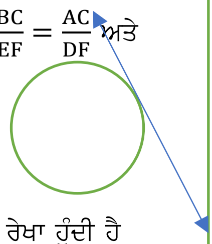
❖ **ਥੇਲਜ ਥਿਊਰਮ:** ΔABC ਵਿੱਚ $DE||BC$ ਹੈ ਤਾਂ $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

- ਸਾਰੇ ਚੱਕਰ ਸਮਰੂਪ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ।
- ਸਾਰੇ ਵਰਗ ਸਮਰੂਪ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ।
- ਸਾਰੇ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਸਮਰੂਪ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ।

❖ **ਤਿਕੋਣਾਂ ਦੀ ਸਮਰੂਪਤਾ :** ਜੇ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ਤਾਂ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ ਅਤੇ

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$

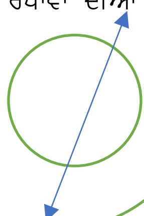
❖ **ਚੱਕਰ :**



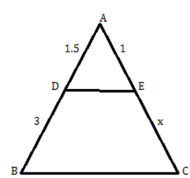
ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ : ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਉਹ ਰੇਖਾ ਹੈ ਜੋ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਕੇਵਲ **ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ** ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ।

- ਚੱਕਰ ਦੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ **ਇੱਕ ਅਤੇ ਕੇਵਲ ਇੱਕ** ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ
- ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਅਤੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ **ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ
- ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ **ਅਣਗਿਣਤ/ਅਨੰਤ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ** ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ
- ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਤੇ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ।

ਛੇਦਕ ਰੇਖਾ : ਉਹ ਰੇਖਾ ਜੋ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ ।



1. ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ $DE||BC$ ਤਾਂ EC ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।



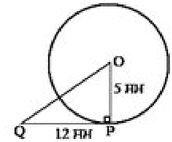
ਹੱਲ : ਥੇਲਸ ਥਿਊਰਮ ਰਾਂਹੀ

$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \Rightarrow \quad \frac{1.5}{3} = \frac{1}{x}$

$\Rightarrow 1.5x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = 2$

2. 5 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ PQ ਕੇਂਦਰ O ਤੋਂ ਜਾਣੂ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਬਿੰਦੂ Q ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਕਿ PQ = 12 ਸਮ । OQ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : ਸਮਕੋਣੀ ΔOPQ ਵਿੱਚ



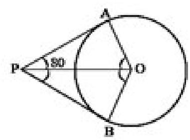
$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

$= 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$

$\therefore OQ = 13$ ਸਮ

3. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ O ਕੇਂਦਰ ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਤੇ PA, PB ਸਪਰਸ ਰੇਖਾਵਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ 80° ਦੇ ਕੋਣ ਤੇ ਝੁਕੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ $\angle POA$ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ



$\angle APB + \angle AOB = 180°$

$\Rightarrow 80° + \angle AOB = 180°$

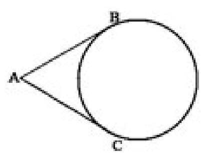
$\therefore \angle AOB = 100°$

ਅਤੇ $\angle POA = \frac{1}{2} \angle AOB = 50°$

come-become-educated

4. ਚੱਕਰ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ AB ਦੀ ਲੰਬਾਈ 7 ਸਮ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਦੂਜੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ।



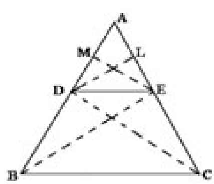
ਭਾਵ AB = AC

$\therefore AC = 7$ ਸਮ

6 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

5. ਥੇਲਜ਼ ਥਿਊਰਮ : ਕਿਸੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦੀ ਇੱਕ ਭੁਜਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾ ਬਾਕੀ ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦੀ ਹੈ ।

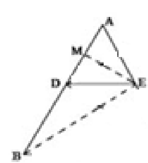
ਦਿੱਤਾ ਹੈ : ΔABC ਵਿੱਚ $DE || BC$



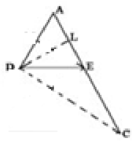
ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

ਰਚਨਾ : BE ਅਤੇ CD ਨੂੰ ਮਿਲਾਇਆ ਅਤੇ $DL \perp AC$ ਅਤੇ $EM \perp AB$ ਖਿੱਚਿਆ।

ਹੱਲ :



$\frac{ar(\Delta ADE)}{ar(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2} \times EM \times AD}{\frac{1}{2} \times EM \times BD} = \frac{AD}{BD}$ ---------- (i)



ਅਤੇ $\frac{ar(\Delta ADE)}{ar(\Delta CDE)} = \frac{\frac{1}{2}\times DL\times AE}{\frac{1}{2}\times DL\times EC} = \frac{AE}{EC}$ ---------- (ii)

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਖਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਇੱਕੋ ਆਧਾਰ DE ਤੇ ਬਣੀਆਂ ਤਿਕੋਣਾਂ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ।

$\therefore\ ar(\Delta BDE) = ar(\Delta CDE)$

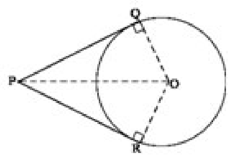
(i) ਅਤੇ (ii) ਤੋਂ $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

6. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਚੱਕਰ ਤੇ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ।

ਦਿੱਤਾ ਹੈ – ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ ਅਤੇ PQ ਅਤੇ PR ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।

ਰਚਨਾ – OP, OQ ਅਤੇ OR ਨੂੰ ਮਿਲਾਇਆ ।

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ – $PQ = PR$



ਹੱਲ : ΔOPQ ਅਤੇ ΔOPR ਵਿੱਚ

$OP = OP$ (ਸਾਂਝਾ)

$OQ = OR$ (ਬਰਾਬਰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ)

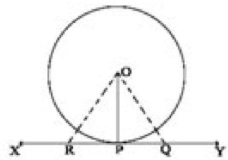
$\angle OQP = \angle ORP = 90^0$

$\Delta OPQ \cong \Delta OPR$ (RHS)

$\therefore PQ = PR$ (cpct)

7. ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ, ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਜਾਣ ਵਾਲੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਤੇ ਲੰਬ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ।

ਦਿੱਤਾ ਹੈ – ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ ਅਤੇ XY ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੈ ਅਤੇ P ਬਿੰਦੂ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਹੈ ।



ਹੱਲ : XY ਤੇ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ Q ਲਉ ਅਤੇ OQ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ ।

OQ, ਅਰਧਵਿਆਸ OP ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ ।

$\therefore OQ > OP$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕੋਈ ਬਿੰਦੂ R ਲਉ ਅਤੇ OR ਨੂੰ ਮਿਲਾਉ ।

OR, ਅਰਧਵਿਆਸ OP ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਹੈ ।

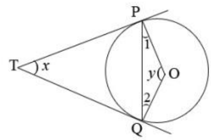
$\therefore OR > OP$

ਇਸ ਤੋਂ ਸਿੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ XY ਤੇ P ਤੋਂ ਇਲਾਵਾ ਕੋਈ ਵੀ ਬਿੰਦੂ ਲਈਏ ਤਾਂ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਦੂਰੀ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ ।

ਭਾਵ OP ਬਿੰਦੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਸਭ ਤੋਂ ਘੱਟ ਹੈ ।

ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਭ ਤੋਂ ਛੋਟੀ ਦੂਰੀ ਲੰਬ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। $\therefore$ OP, XY ਤੇ ਲੰਬ ਹੈ ।

8. ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ T ਤੋਂ ਦੋ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ TP ਅਤੇ TQ ਖਿੱਚੀਆਂ ਹਨ । ਸਿੱਧ ਕਰੋ $\angle PTQ = 2\angle OPQ$



ਹੱਲ

ΔOPQ ਵਿੱਚ $\angle 1 + \angle 2 + y = 180^0$

[ਪਰੰਤੂ $OP = OQ$ (ਬਰਾਬਰ ਅਰਧਵਿਆਸ)]

$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 1 + y = 180^0$

$\Rightarrow 2\angle 1 + y = 180^0$ ------ (i)

ਚਤੁਰਭੁਜ OPQT ਵਿੱਚ, $x + \angle OQT + y + \angle OPT = 360^0$

$\Rightarrow x + 90^0 + y + 90^0 = 360^0$ [$OP \perp TP, OQ \perp QT$]

$\Rightarrow x + y = 180^0$ ------ (ii)

(i) ਅਤੇ (ii) ਤੋਂ

$2\angle 1 + y = x + y \quad \Rightarrow x = 2\angle 1$

$\Rightarrow \angle PTQ = 2\angle OPQ$

ਅਧਿਆਇ – 7
ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਜਿਮਾਇਤੀ

❖ **ਦੂਰੀ ਸੂਤਰ :** $(x_1, y_1), (x_2, y_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

❖ **ਸੈਕਸ਼ਨ ਫਾਰਮੂਲਾ :** ਜੇ ਬਿੰਦੂਆਂ $A(x_1, y_1)$ ਅਤੇ $B(x_2, y_2)$ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਨੂੰ $C(x, y)$ ਬਿੰਦੂ $m : n$ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ ਤਾਂ

$A(x_1, y_1)$ $C(x, y)$ $B(x_2, y_2)$

$$C(x, y) = \left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n}\right)$$

❖ ਬਿੰਦੂਆਂ $A(x_1, y_1)$ ਅਤੇ $B(x_2, y_2)$ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾ ਖੰਡ ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਦੂਰੀ ਸੂਤਰ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ $A(5, -2), B(6, 4)$ ਅਤੇ $C(7, -2)$ ਕਿਸੇ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਤਿਕੋਣ ਦੇ ਸਿਖਰ ਹਨ ।

ਹੱਲ : $AB = \sqrt{(6-5)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{(1)^2 + (6)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$

$BC = \sqrt{(7-6)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{(1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$

$AC = \sqrt{(7-5)^2 + (-2+2)^2} = \sqrt{(2)^2 + (0)^2} = \sqrt{4} = 2$

ਦੋ ਭੁਜਾਵਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ ਤਾਂ ਤਿਕੋਣ ਸਮਦੋਭੁਜੀ ਹੈ ।

2. ਪਤਾ ਕਰੋ ਬਿੰਦੂ $A(4, 3), B(5, 1)$ ਅਤੇ $C(1, 9)$ ਸਮਰੇਖੀ ਹਨ ਜਾਂ ਨਹੀਂ ।

ਹੱਲ : $AB = \sqrt{(5-4)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$BC = \sqrt{(1-5)^2 + (9-1)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (8)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$AC = \sqrt{(1-4)^2 + (9-3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

ਹੁਣ $AB + AC = BC$ $\therefore$ ਇਹ ਸਮਰੇਖੀ ਹਨ ।

3. **ਪਤਾ ਕਰੋ ਬਿੰਦੂ $A(-1,-2), B(1,0), C(-1,2)$ ਅਤੇ $D(-3,0)$ ਕਿਹੜੀ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਸਿਖਰ ਹਨ ।**

ਹੱਲ :

$AB = \sqrt{(1+1)^2+(0+2)^2} = \sqrt{(2)^2+(2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$BC = \sqrt{(-1-1)^2+(2-0)^2} = \sqrt{(-2)^2+(2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$CD = \sqrt{(-3+1)^2+(0-2)^2} = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$AD = \sqrt{(-3+1)^2+(0+2)^2} = \sqrt{(-2)^2+(2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$AC = \sqrt{(-1+1)^2+(2+2)^2} = \sqrt{(0)^2+(4)^2} = \sqrt{0+16} = 4$

$BD = \sqrt{(-3-1)^2+(0)^2} = \sqrt{(-4)^2+(0)^2} = \sqrt{16} = 4$

$AB = BC = CD = AD = \sqrt{8}$ $\quad AC = BD = 4$

$\therefore$ ਇਹ ਵਰਗ ਹਨ ।

4. **ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਬਿੰਦੂਆਂ $(-1,7)$ ਅਤੇ $(4,-3)$ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ $2:3$ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ ।**

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ $C(x,y)$ ਬਿੰਦੂ ਬਿੰਦੂਆਂ $(-1,7)$ ਅਤੇ $(4,-3)$ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ $2:3$ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ ।

$(-1,7)$ $\quad C(x,y)$ $\quad (4,-3)$

$$x = \frac{2\times4+3\times(-1)}{2+3} = \frac{8-3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$y = \frac{2\times(-3)+3\times7}{2+3} = \frac{-6+21}{2+3} = \frac{15}{5} = 3$$

$\therefore C(1,3)$

5. **ਬਿੰਦੂਆਂ $(-3,10)$ ਅਤੇ $(6,-8)$ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ $(-1,6)$ ਕਿਸ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ ?**

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਬਿੰਦੂਆਂ $A(-3,10)$ ਅਤੇ $B(6,-8)$ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਨੂੰ $P(-1,6)$ $k:1$ ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ ।

$(-3,10)$ $\quad P(-1,6)$ $\quad B(6,-8)$

$$\Rightarrow -1 = \frac{1\times(-3)+k\times6}{k+1} = \frac{-3+6k}{k+1} \quad \Rightarrow \quad -k-1 = -3+6k$$

$\Rightarrow -k - 6k = -3 + 1 \quad \Rightarrow -7k = -2 \qquad \Rightarrow k = \frac{2}{7}$

$\therefore$ ਬਿੰਦੂ P 2:7 ਵਿੱਚ ਵੰਡਦਾ ਹੈ।

6. ਜੇਕਰ ਬਿੰਦੂ $\mathbf{A(6,1), B(8,2), C(9,4)}$ ਅਤੇ $\mathbf{D(p,3)}$ ਇੱਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ਼ ਦੇ ਸਿਖਰ ਇਸੇ ਕ੍ਰਮ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $\boldsymbol{p}$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ: ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਵਿਕਰਨ ਇੱਕ ਦੂਜੇ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। $\therefore$ ਵਿਕਰਨ AC ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ = ਵਿਕਰਨ BD ਦੇ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ

$$\Longrightarrow \left(\frac{6+9}{2}, \frac{1+4}{2}\right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{2+3}{2}\right) \qquad \Longrightarrow \left(\frac{15}{2}, \frac{5}{2}\right) = \left(\frac{8+p}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{15}{2} = \frac{8+p}{2} \quad \Rightarrow 15 = 8 + p \quad \Rightarrow p = 7$$

ਅਧਿਆਇ – 8
ਤਿਕੋਣ ਮਿਤਈ

4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

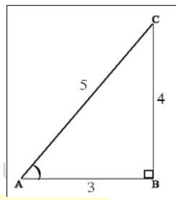
1. ਜੇਕਰ $\tan A = \frac{4}{3}$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ $\angle A$ ਦੇ ਬਾਕੀ ਤਿਕੋਣਮਿਤਈ ਅਨੁਪਾਤ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : $\tan A = \frac{4}{3} = \frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}}$

ਪਾਈਥਾਗੋਰਸ ਥਿਊਰਮ $\text{ਕਰਣ}^2 = \text{ਲੰਬ}^2 + \text{ਆਧਾਰ}^2$

$= 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2$

$\Rightarrow \text{ਕਰਣ} = 5$



ਹੁਣ $\sin A = \frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਕਰਣ}} = \frac{4}{5}$; $\operatorname{cosec} A = \frac{5}{4}$

$\cos A = \frac{\text{ਆਧਾਰ}}{\text{ਕਰਣ}} = \frac{3}{5}$; $\sec A = \frac{5}{3}$

$\cot A = \frac{\text{ਆਧਾਰ}}{\text{ਲੰਬ}} = \frac{3}{4}$

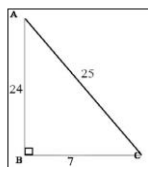
2. ΔABC ਵਿੱਚ $\angle B = 90^0$. $AB = 24$ ਸਮ ਅਤੇ $BC = 7$ਸਮ ਤਾਂ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

i) $\sin A, \cos A$ ii) $\sin C, \cos C$

ਹੱਲ : $\text{ਕਰਣ}^2 = \text{ਲੰਬ}^2 + \text{ਆਧਾਰ}^2$

$= 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625 = 25^2$

$\Rightarrow \text{ਕਰਣ} = 25$



i) $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$, $\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$

ii) $\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$, $\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$

3. ਜੇ $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$ ਤਾਂ A, B ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ : $\sin(A - B) = \frac{1}{2} = \sin 30^0 \Rightarrow A - B = 30^0$ ----------- (i)

ਅਤੇ $\cos(A + B) = \frac{1}{2} = \cos 60^0 \Rightarrow A + B = 60^0$---------- (ii)

(i) ਅਤੇ (ii) ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ $2A = 90^0 \Rightarrow A = 45^0$, (ii) ਵਿੱਚ ਭਰਨ ‘ਤੇ

(ii) $\Rightarrow 45^0 + B = 60^0 \Rightarrow B = 60^0 - 45^0 = 15^0$

4. ਸਿੱਧ ਕਰੋ $(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)^2 = \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}$

ਹੱਲ : ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $(\text{cosec}\theta - \cot\theta)^2 = \left(\frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

$$= \left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin^2\theta} = \frac{(1-\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta} \qquad [\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$$

$$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)} = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਜਾਂ ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ $\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} \times \frac{1-\cos\theta}{1-\cos\theta} = \frac{(1-\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}$

$$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin^2\theta} = \left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = (\text{cosec}\theta - \cot\theta)^2 = \text{ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ}$$

5. ਸਿੱਧ ਕਰੋ $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\text{cosec}\, A - 1}{\text{cosec}\, A + 1}$

ਹੱਲ : ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \cos A}{\frac{\cos A}{\sin A} + \cos A}$

$$= \frac{\cos A\left(\frac{1}{\sin A} - 1\right)}{\cos A\left(\frac{1}{\sin A} + 1\right)} = \frac{\text{cosec} A - 1}{\text{cosec} A + 1}$$

3bhyaas: come-become-educated

6. ਸਿੱਧ ਕਰੋ $\frac{\cos A}{1 + \sin A} + \frac{1 + \sin A}{\cos A} = 2\sec A$

ਹੱਲ : ਖੱਬਾ ਪਾਸਾ

$$\frac{\cos A}{1+\sin A} + \frac{1+\sin A}{\cos A} = \frac{\cos^2 A + (1+\sin A)^2}{\cos A(1+\sin A)}$$

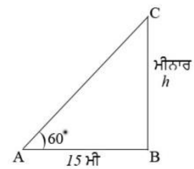
$$= \frac{\cos^2 A + 1 + \sin^2 A + 2\sin A}{\cos A(1+\sin A)} = \frac{(\cos^2 A + \sin^2 A) + 1 + 2\sin A}{\cos A(1+\sin A)}$$

$$= \frac{1 + 1 + 2\sin A}{\cos A(1+\sin A)} = \frac{2(1+\sin A)}{\cos A(1+\sin A)} = \frac{2}{\cos A} = 2\sec A = \text{ਸੱਜਾ ਪਾਸਾ}$$

ਅਧਿਆਇ – 9
ਤਿਕੋਣ ਮਿਤਈ ਦੇ ਕੁੱਝ ਉਪਯੋਗ

4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਧਰਤੀ ਤੇ ਇੱਕ ਮੀਨਾਰ ਸਿੱਧੀ ਖੜੀ ਹੈ । ਧਰਤੀ ਦੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ, ਜੋ ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਆਧਾਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ 15 ਮੀ ਦੂਰ ਹੈ, ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਣ ਕੋਣ 60^0 ਹੈ, ਮੀਨਾਰ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ।



ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਮੀਨਾਰ ਦੀ ਉਚਾਈ (BC) = h ਮੀ

ΔABC ਵਿੱਚ

$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਆਧਾਰ}} = \tan 60° \Rightarrow \frac{h}{15} = \sqrt{3}$

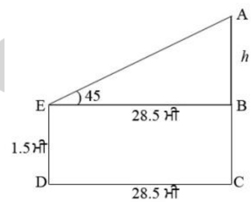
$\Rightarrow h = 15\sqrt{3}$ ਮੀ

2. 1.5 ਮੀ ਲੰਬਾ ਇੱਕ ਪ੍ਰੇਖਕ ਚਿਮਨੀ ਤੋਂ 28.5 ਮੀ ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੈ । ਉਸਦੀ ਅੱਖਾਂ ਨਾਲ ਚਿਮਨੀ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਨ ਕੋਣ 45^0 ਹੈ। ਚਿਮਨੀ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

come-become-educated
Abhyas

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਚਿਮਨੀ ਦੀ ਉਚਾਈ $AC = AB + BC = h + 1.5$ ਮੀ

ਅਤੇ $DC = BE = 28.5$ ਮੀ



ΔABE ਵਿੱਚ

$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਆਧਾਰ}} = \tan 45° \Rightarrow \frac{h}{28.5} = 1$

$\Rightarrow h = 28.5$ ਮੀ

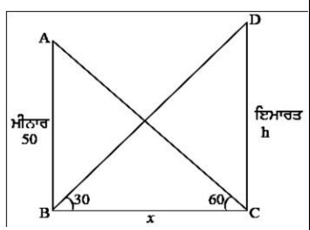
$\therefore$ ਚਿਮਨੀ ਦੀ ਉਚਾਈ $= h + 1.5$

$= 28.5 + 1.5 = 30$ ਮੀ

3. ਇੱਕ ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਆਧਾਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਇੱਕ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਣ ਕੋਣ 30° ਹੈ ਅਤੇ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਆਧਾਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਮੀਨਾਰ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਣ ਕੋਣ 60° ਹੈ । ਜੇਕਰ ਮੀਨਾਰ 50 ਮੀ ਉੱਚੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਉਚਾਈ (CD) = h ਅਤੇ $BC = x$

ΔABC ਵਿੱਚ



$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \tan 60° \Rightarrow \frac{50}{x} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{50}{\sqrt{3}} = x$ ------------ (i)

ΔBCD ਵਿੱਚ

$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \tan 30° \Rightarrow \frac{h}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sqrt{3}h = x \quad \Rightarrow \quad \sqrt{3}h = \frac{50}{\sqrt{3}}$ {(i) ਵਿੱਚੋਂ}

$\Rightarrow h = \frac{50}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{50}{3}$ ਮੀ

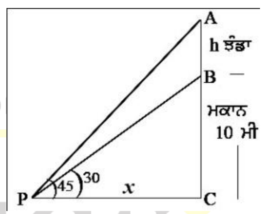
Case Study Questions

4. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਧਰਤੀ ਦੇ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ 10 ਮੀ ਉੱਚੇ ਮਕਾਨ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਣ ਕੋਣ 30° ਹੈ । ਭਵਨ ਦੇ ਸਿਖਰ ਤੇ ਇੱਕ ਝੰਡਾ ਲਹਿਰਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ ਅਤੇ P ਤੋਂ ਝੰਡੇ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਣ ਕੋਣ 45° ਹੈ ।

(i) ਝੰਡੇ ਦੇ ਡੰਡੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (ii) ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਭਵਨ ਦੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : (i) ਮੰਨ ਲਓ ਝੰਡੇ ਦੇ ਡੰਡੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ $(AB) = h, PC = x$ ਅਤੇ $BC = 10$

ΔPBC ਵਿੱਚ



$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \tan 30° \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow x = 10\sqrt{3}$ ------------ (i)

ΔAPC ਵਿੱਚ

$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \tan 45° \Rightarrow \frac{h+10}{x} = 1$

$\Rightarrow h + 10 = x$

$\Rightarrow h + 10 = 10\sqrt{3}$ [(i) ਤੋਂ]

$\Rightarrow h = 10 \times 1.73 - 10 = 17.3 - 10 = 7.3$ ਮੀ

(ii) ਅਤੇ $x = 10\sqrt{3} = 10 \times 1.73 = 17.3$ ਮੀ

5. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਇੱਕ ਨਹਿਰ ਦੇ ਤੱਟ ਤੇ ਇੱਕ ਟੀਵੀ ਟਾਵਰ ਸਿੱਧਾ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ । ਟਾਵਰ ਦੇ ਸਾਹਮਣੇ ਦੂਸਰੇ ਤੱਟ ਤੇ ਇੱਕ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਟਾਵਰ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਣ ਕੋਣ 60° ਹੈ । ਇਸ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ 20 ਮੀ ਦੂਰ ਇੱਕ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਟਾਵਰ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਣ ਕੋਣ 30° ਹੈ । (i) ਟਾਵਰ ਦੀ ਉਚਾਈ (ii) ਨਹਿਰ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

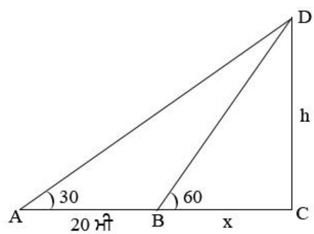
ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਟਾਵਰ ਦੀ ਉਚਾਈ $(CD) = h$ ਅਤੇ ਨਹਿਰ ਦੀ ਚੌੜਾਈ $(BC) = x$

ΔACD ਵਿੱਚ

$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \tan 30° \Rightarrow \frac{h}{20 + x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \sqrt{3}h = 20 + x$ ------- (i)

ΔBCD ਵਿੱਚ



$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \tan 60° \Rightarrow \frac{h}{x} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow h = \sqrt{3}x$ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

$\Rightarrow \sqrt{3}(\sqrt{3}x) = 20 + x$ {(i) ਤੋਂ}

$\Rightarrow 3x = 20 + x \Rightarrow 2x = 20$

$\Rightarrow x = 10$ ਮੀ

(i) $h = \sqrt{3} \times 10 = 1.73 \times 10 = 17.3$ ਮੀ

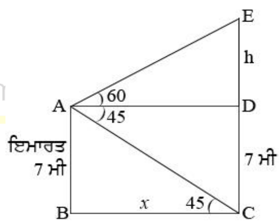
(ii) ਨਹਿਰ ਦੀ ਚੌੜਾਈ $x = 10$ ਮੀ

6. **ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, 7 ਮੀ ਉੱਚੀ ਇਮਾਰਤ ਦੇ ਸਿਖਰ ਤੋਂ ਇੱਕ ਕੇਬਲ ਟਾਵਰ ਦੇ ਸਿਖਰ ਦਾ ਉਚਾਣ ਕੋਣ 60° ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੇ ਪੈਰ ਦਾ ਨੀਵਾਨ ਕੋਣ 45° ਹੈ । ਟਾਵਰ ਦੀ ਉਚਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ।**

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਓ ਇਮਾਰਤ ਦੀ ਉਚਾਈ AB = CD = 7,

AD = BC = x

ਅਤੇ ਟਾਵਰ ਦੀ ਉਚਾਈ CE = $h + 7$



come-becon

ΔADE ਵਿੱਚ

$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \tan 60° \Rightarrow \frac{h}{x} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow h = \sqrt{3}x$ -------- (i)

ΔABC ਵਿੱਚ

$\frac{\text{ਲੰਬ}}{\text{ਅਧਾਰ}} = \tan 45° \Rightarrow \frac{7}{x} = 1$

$\Rightarrow x = 7$ (i) ਵਿੱਚ ਭਰਨ 'ਤੇ

(i) $\Rightarrow h = \sqrt{3} \times 7 = 7\sqrt{3}$

ਟਾਵਰ ਦੀ ਉਚਾਈ $= h + 7$

$= 7\sqrt{3} + 7 = 7(\sqrt{3} + 1)$

$= 7(1.73 + 1) = 7 \times 2.73 = 19.11$ ਮੀ

ਅਧਿਆਇ – 11
ਚੱਕਰ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਖੇਤਰਫਲ

2 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਇੱਕ ਘੜੀ ਦੀ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 14 ਸਮ ਹੈ । ਇਸ ਸੂਈ ਦੁਆਰਾ 5 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੇ ਖੇਤਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ = 14 ਸਮ

ਹੁਣ ਮਿੰਟਾਂ ਵਾਲੀ ਸੂਈ ਦੁਆਰਾ 60 ਮਿੰਟਾਂ ਵਿੱਚ ਬਣਾਇਆ ਕੋਣ = 360^0

1 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ .... $= \frac{360^0}{60^0} = 6^0$

5 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ .... $= 6^0 \times 5 = 30^0$

5 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ ਸੂਈ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \frac{30}{360} = \frac{154}{3}$ ਸਮ^2

ਜਾਂ 5 ਮਿੰਟ ਵਿੱਚ ਸੂਈ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \frac{5}{60} \times \pi r^2$

2. ਅਰਧਵਿਆਸ 21 ਸਮ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੀ ਇੱਕ ਚਾਪ ਕੇਂਦਰ ਤੇ 60^0 ਦਾ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ । ਪਤਾ ਕਰੋ (i) ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (ii) ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ (iii) ਸੰਗਤ ਜੀਵਾ ਦੁਆਰਾ ਬਣਾਏ ਗਏ ਚੱਕਰਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : $r = 21$ ਸਮ, $\theta = 60^0$

i) ਚਾਪ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = (ਚੱਕਰ ਦਾ ਘੇਰਾ) $\times \frac{\theta}{360} = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times \frac{60}{360} = 22$ ਸਮ

ii) ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ $= \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$

$= \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \times \frac{60}{360} = 231$ ਸਮ^2

iii) ਚੱਕਰਖੰਡ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਅਰਧਵਿਆਸੀ ਖੰਡ ਦਾ ਖੇ) – (ਤਿਕੋਣ ਦਾ ਖੇ)

$= \frac{\pi r^2 \theta}{360} - \frac{1}{2} r^2 \sin\theta \quad = 231 - \frac{1}{2} \times 21 \times 21 \times \sin 60^0$

$= 231 - \frac{441}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \quad = 231 - 190.73 = 40.27$ ਸਮ^2

3. ਇੱਕ ਛੱਤਰੀ ਵਿੱਚ ਅੱਠ ਤਾਰਾਂ ਹਨ, ਜੋ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਤੇ ਲੱਗੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਹਨ । ਛੱਤਰੀ ਨੂੰ 45 ਸਮ ਅਰਧਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਸਪਾਟ ਚੱਕਰ ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਇਸਦੀਆਂ ਦੋ ਲਗਾਤਾਰ ਤਾਰਾਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ

ਹੱਲ : $r = 45$ ਸਮ

ਤਾਰਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= \frac{1}{8}$(ਚੱਕਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) $= \frac{1}{8} \times \pi r^2$

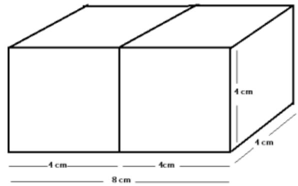
$= \frac{1}{8} \times \frac{22}{7} \times 45 \times 45 = 795.53$ ਸਮ^2

ਅਧਿਆਇ – 12
ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਅਤੇ ਘਣਫਲ

	ਆਇਤਨ	ਪਾਸਵੀਂ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ	ਕੁੱਲ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ
1. ਘਣ	(ਭੁਜਾ)^3	4×(ਭੁਜਾ)^2	6×(ਭੁਜਾ)^2
2. ਘਣਾਵ	$l \times b \times h$	$2(l+b)h$	$2(lb+bh+hl)$
3.ਸਿਲੰਡਰ	$\pi r^2 h$	$2\pi rh$	$2\pi r(h+r)$
4. ਸ਼ੰਕੂ	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	πrl ; $l^2 = h^2 + r^2$	$\pi r(l+r)$
5. ਗੋਲਾ	$\frac{4}{3}\pi r^3$	$4\pi r^2$	$4\pi r^2$
6.ਅਰਧਗੋਲਾ	$\frac{2}{3}\pi r^3$	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$
7. ਸਿਲੰਡਰ ਕਾਰ ਖੋਲ	$\pi(R^2 - r^2)h$	$2\pi Rh + 2\pi rh$	$2\pi Rh + 2\pi rh + 2\pi(R^2 - r^2)$

4 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਦੋ ਘਣ ਜਿੰਨ੍ਹਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦਾ ਆਇਤਨ 64 ਸਮ^3 ਹੈ, ਦੇ ਸਮਾਨ ਫਲਕਾ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਇੱਕ ਠੋਸ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਨਾਲ ਪ੍ਰਾਪਤ ਘਣਾਵ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।



ਹੱਲ : ਘਣ ਦਾ ਆਇਤਨ = 64

(ਭੁਜਾ)^3 = 64 = 4^3 ⇒ ਭੁਜਾ = 4 ਸਮ

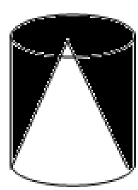
ਦੋਨੋਂ ਘਣਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾ ਕੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਘਣਾਵ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ 8 ਸਮ × 4 ਸਮ × 4 ਸਮ ਹਨ

ਘਣਾਵ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$= 2(lb + bh + hl)$

$= 2(8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8) = 2(32 + 16 + 32) = 2 \times 80 = 160$ ਸਮ^2

2. ਉਚਾਈ 2.4 ਸਮ ਅਤੇ ਵਿਆਸ 1.4 ਸਮ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਠੋਸ ਬੇਲਣ ਵਿੱਚੋਂ ਇਸੇ ਉਚਾਈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਵਿਆਸ ਵਾਲਾ ਇੱਕ ਸ਼ੰਕੂ ਕੱਟ ਲਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ । ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਠੋਸ ਦੀ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।



come-become-educat Abhyaas.

ਹੱਲ : ਵਿਆਸ = 1.4 ਸਮ, ਅਰਧਵਿਆਸ $(r) = .7$ ਸਮ

$l^2 = h^2 + r^2 = 2.4^2 + .7^2 = 5.76 + .49 = 6.25 = 2.5^2$

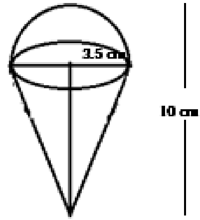
$l = 2.5$

ਬਾਕੀ ਬਚੇ ਠੋਸ ਦੀ ਕੁੱਲ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ =(ਸਿਲੰਡਰ ਦੀ ਪਾਸਵੀਂ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇ:) + (ਆਧਾਰ ਦਾ ਖੇ:) + (ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਪਾਸਵੀਂ ਦਾ ਖੇ:) = $2\pi rh + \pi r^2 + \pi rl = \pi r(2h + r + l)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{10} [2 \times 2.4 + .7 + 2.5] = \frac{22}{10} [4.8 + .7 + 2.5] = 176$ ਸਮ^2

Case Study Questions

3. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਰਸੀਦ ਨੂੰ ਜਨਮਦਿਨ ਦੇ ਤੋਹਫੇ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲਾਟੂ ਮਿਲਿਆ ਹੈ, ਉਹ ਉਸ ਲਾਟੂ ਤੇ ਰੰਗ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਲਾਟੂ ਇੱਕ ਸ਼ੰਕੂ ਆਕਾਰ ਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਅਰਧਗੋਲਾ ਬਣਾਇਆ ਹੈ । ਲਾਟੂ ਦੀ ਪੂਰੀ ਉਚਾਈ 10 ਸਮ ਅਤੇ ਵਿਆਸ 7 ਸਮ ਹੈ, (i) ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਉਚਾਈ (ii) ਲਾਟੂ ਉੱਪਰ ਕੀਤੇ ਰੰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।



ਹੱਲ : ਸ਼ੰਕੂ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ = ਅਰਧਗੋਲੇ ਦਾ ਅਰਧਵਿਆਸ = $\frac{7}{2}$ ਸਮ

ਲਾਟੂ ਦੀ ਕੁੱਲ ਉਚਾਈ = 10 ਸਮ

(i) ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਉਚਾਈ $= 10 - \frac{7}{2} = 10 - 3.5 = 6.5$ ਸਮ

ਹੁਣ, $l^2 = h^2 + r^2 = (6.5)^2 + (3.5)^2$

$= 42.25 + 12.25 = 54$

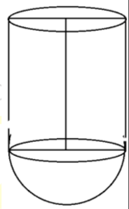
$\Rightarrow\ l = \sqrt{54} = 7.4$

(ii) ਲਾਟੂ ਤੇ ਕੀਤੇ ਰੰਗ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਲਾਟੂ ਦੀ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਸ਼ੰਕੂ ਦੀ ਪਾਸਵੀਂ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) + (ਅਰਧਗੋਲੇ ਦੀ ਪਾਸਵੀਂ ਸਤ੍ਹਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) $= \pi rl + 2\pi r^2 = \pi r(l + 2r)$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2}\left[7.4 + 2 \times \frac{7}{2}\right] = 11[7.4 + 7]$

$= 11 \times 14.4 = 158.4$ ਸਮ^2

4. ਦਿੱਤੇ ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ, ਕੋਈ ਬਰਤਨ ਇੱਕ ਖੋਖਲੇ ਅਰਧਗੋਲੇ ਆਕਾਰ ਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਖੋਖਲਾ ਵੇਲਣ ਲੱਗਿਆ ਹੋਇਆ ਹੈ । ਅਰਧਗੋਲੇ ਦਾ ਵਿਆਸ 14 ਸਮ ਅਤੇ ਬਰਤਨ ਦੀ ਕੁੱਲ ਉਚਾਈ 13 ਸਮ ਹੈ । (i)ਸਿਲੰਡਰ ਦੀ ਉਚਾਈ (ii) ਬਰਤਨ ਦੀ ਅੰਦਰੂਨੀ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰੋ ।



come-become-educated

ਹੱਲ : ਵਿਆਸ = 14 ਸਮ, ਅਰਧਵਿਆਸ(r) = 7 ਸਮ

ਬਰਤਨ ਦੀ ਕੁੱਲ ਉਚਾਈ = 13 ਸਮ,

ਸਿਲੰਡਰ ਦੀ ਉਚਾਈ = 13 – 7 = 6 ਸਮ

ਬਰਤਨ ਦੀ ਅੰਦਰੂਨੀ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = (ਸਿਲੰਡਰ ਦੀ ਪਾਸਵੀਂ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ) + (ਅਰਧਗੋਲੇ ਦੀ ਪਾਸਵੀਂ ਸਤਾ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ)

$= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r) = 2 \times \frac{22}{7} \times 7(6 + 7)$

$= 44 \times 13 = 572$ ਸਮ^2

Abhyaas

ਅਧਿਆਇ – 13
ਅੰਕੜਾ ਵਿਗਿਆਨ

6 ਅੰਕਾਂ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਕਿਸੇ ਫੈਕਟਰੀ ਦੇ 50 ਮਜ਼ਦੂਰਾਂ ਦੀ ਮਜ਼ਦੂਰੀ ਹੇਠਾਂ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ, ਮਜ਼ਦੂਰਾਂ ਦੀ ਮੱਧਮਾਨ ਮਜ਼ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਮਜ਼ਦੂਰੀ	ਮਜ਼ਦੂਰਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ f	ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ(x)	fx
100 – 120	12	110	1320
120 – 140	14	130	1820
140 – 160	8	150	1200
160 – 180	6	170	1020
180 – 200	10	190	1900
	50		7260

come-become-educated

$$\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{7260}{50} = 145.20$$ ਰੁ:

Abhyaas:

2. ਅਗਿਆਤ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੇ ਮੱਧਮਾਨ ਜੇਬ ਖਰਚਾ 18 ਰੁ ਹੈ ।

ਰੋਜਾਨਾ ਜੇਬ ਖਰਚ	ਸੰਖਿਆ f	ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ x	fx
11 – 13	7	12	84
13 – 15	6	14	84
15 – 17	9	16	144
17 – 19	13	18	234
19 – 21	F	20	$20f$
21 – 23	5	22	110
23 – 25	4	24	96
	$44+f$		$752+20f$

$$\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f} \Rightarrow 18 = \frac{752+20f}{44+f} \Rightarrow 18(44+f) = 752+20f$$

$$\Rightarrow 792+18f = 752+20f \quad \Rightarrow 792-752 = 20f-18f$$

$$\Rightarrow 40 = 2f \quad \Rightarrow f = 20$$

3. ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਉਮਰ(ਸਾਲਾਂ ਵਿੱਚ)	ਰੋਗੀਆਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ f	ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ x	Fx
5 – 15	6	10	60
15 – 25	11	20	220
25 – 35	21 f_0	30	630
35 – 45	23 f_1	40	920
45 – 55	14 f_2	50	700
55 – 65	5	60	300
	80		2830

ਬਹੁਲਕ ਅਧਿਕਤਮ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ 23 ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ 35 – 45 ਹੈ ।

$$\text{ਬਹੁਲਕ} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times i = 35 + \frac{23 - 21}{2\times23 - 21 - 14} \times 10$$

$$= 35 + \frac{2}{46 - 35} \times 10 = 35 + \frac{20}{11} = 35 + 1.8 = 36.8(\text{ਸਾਲ})$$

ਮੱਧਮਾਨ $\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{2830}{80} = 35.37$ ਸਾਲ

come-become-educated
Abhyaas:

4. ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਮੱਧਿਕਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਜੀਵਨ ਕਾਲ ਘੰਟਿਆ ਵਿੱਚ	ਲੈਂਪਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ f	Cf
1500 – 2000	14	14
2000 – 2500	56	70
2500 – 3000	60	130 cf
3000 – 3500	86 f	216
3500 – 4000	74	290
4000 – 4500	62	352
4500 – 5000	48	400
	400	

$n = 400, \frac{n}{2} = 200$

200 ਸੰਖਿਆ cf 216 ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੀ ਹੈ ∴ ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ 3000 – 3500

$$\text{ਮੱਧਿਕਾ} = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right) \times i = 3000 + \left(\frac{200 - 130}{86}\right) \times 500$$

$$= 3000 + \frac{70\times500}{86} = 3000 + 406.98 = 3406.98$$

5. ਹੇਠ ਦਿੱਤੇ ਆਂਕੜਿਆਂ ਦਾ ਮੱਧਮਾਨ, ਮੱਧਿਕਾ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਮਹੀਨੇ ਵਾਰ ਖਪਤ	ਉਪਯੋਗਤਾਵਾਂ ਦੀ ਸੰਖਿਆ(f)	ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ x	Cf	Fx
65 – 85	4	75	4	300
85 – 105	5	95	9	475
105 – 125	13 f_0	115	22(cf)	1495
125 – 145	f 20 f_1	135	42	2700
145 – 165	14 f_2	155	56	2170
165 – 185	8	175	64	1400
185 – 205	4	195	68	780
	68			9320

$$\bar{X} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{9320}{68} = 137.05$$

ਮੱਧਿਕਾ $n = 68, \frac{n}{2} = 34$

$34, cf 42$ ਵਿੱਚ ਆਉਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਮੱਧਿਕਾ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ $125 - 145$

$$\text{ਮੱਧਿਕਾ} = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f}\right) \times i = 125 + \frac{34 - 22}{20} \times 20$$

$$= 125 + 12 = 137$$

ਬਹੁਲਕ ਅਧਿਕਤਮ ਬਾਰੰਬਾਰਤਾ $= 20$ ਅਤੇ ਬਹੁਲਕ ਵਰਗ ਅੰਤਰਾਲ $= 125 - 145$

$$\text{ਬਹੁਲਕ} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times i = 125 + \left(\frac{20 - 13}{2\times20-13-14}\right) \times 20$$

$$= 125 + \frac{7}{40-27} \times 20 = 125 + \frac{7\times20}{13} = 125 + 10.76 = 135.76$$

Abhyaas: come become educated

ਅਧਿਆਇ – 14
ਸੰਭਾਵਨਾ

2 ਅੰਕ ਵਾਲੇ ਸਵਾਲ

1. ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ । 4 ਤੋਂ ਵੱਡੀ ਸੰਖਿਆ ਦੇ ਆਉਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : 4 ਤੋਂ ਵੱਧ ਅੰਕ = $\{5, 6\}$

4 ਤੋਂ ਵੱਧ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ = $\frac{\text{ਅਨੁਕੂਲ ਪਰਿਣਾਮਾਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ}}{\text{ਕੁੱਲ ਸੰਭਵ ਪਰਿਣਾਮ}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2. ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਫੈਂਟੀ ਹੋਈ 52 ਪੱਤਿਆਂ ਦੀ ਗੁੱਟੀ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਪੱਤਾ ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਹੈ । ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਪੱਤਾ ਚਿੱਤਰ ਪੱਤਾ ਨਾ ਹੋਵੇ ।

ਹੱਲ : ਚਿੱਤਰ ਪੱਤਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 12

ਚਿੱਤਰ ਪੱਤੇ ਨਾ ਹੋਣ = $52 - 12 = 40$

ਚਿੱਤਰ ਪੱਤਾ ਨਾ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ = $\frac{40}{52} = \frac{10}{13}$

come-become-educated
Abhyaas:

3. ਇੱਕ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚ 3 ਨੀਲੇ, 2 ਚਿੱਟੇ ਅਤੇ 4 ਲਾਲ ਬੰਟੇ ਹਨ । ਜੇਕਰ ਇਸ ਬਕਸੇ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਬੰਟਾ ਅਚਾਨਕ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਇਹ ਬੰਟਾ

i) ਚਿੱਟਾ ii) ਨੀਲਾ iii) ਲਾਲ ਹੋਵੇ

ਹੱਲ : ਕੁੱਲ ਬੰਟੇ = $3 + 2 + 4 = 9$

i) ਚਿੱਟੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 2

ਚਿੱਟੇ ਬੰਟੇ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ = $\frac{2}{9}$

ii) ਨੀਲੇ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 3

ਨੀਲੇ ਬੰਟੇ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

iii) ਲਾਲ ਬੰਟਿਆਂ ਦੀ ਗਿਣਤੀ = 4

ਲਾਲ ਬੰਟੇ ਦੇ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ = $\frac{4}{9}$

4. ਕਿਸੇ ਕਾਰਨ 12 ਖਰਾਬ ਪੈੱਨ 132 ਚੰਗੇ ਪੈਨਾਂ ਵਿੱਚ ਮਿਲ ਗਏ ਹਨ । ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਇੱਕ ਪੈਨ ਅਚਾਨਕ ਬਾਹਰ ਕੱਢਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ । ਬਾਹਰ ਕੱਢੇ ਗਏ ਪੈਨ ਦੇ ਠੀਕ ਹੋਣ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ।

ਹੱਲ : ਕੁੱਲ ਪੈਨ= $12 + 132 = 144$

ਠੀਕ ਪੈਨ = 132

ਠੀਕ ਪੈਨ ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ = $\frac{132}{144} = \frac{11}{12}$

5. ਇੱਕ ਬੱਚੇ ਕੋਲ ਅਜਿਹਾ ਪਾਸਾ ਹੈ ਜਿਸਤੇ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅੱਖਰ ਅੰਕਿਤ ਹਨ

A	B	C	D	E	A

ਇਸ ਪਾਸੇ ਨੂੰ ਇੱਕ ਵਾਰੀ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਸੰਭਾਵਨਾ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ

i) A ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ ii) D ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇ

ਹੱਲ : ਕੁੱਲ ਪਾਸੇ= 6

i) A ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ii) D ਦੀ ਸੰਭਾਵਨਾ $= \frac{1}{6}$

One shot Lectures of all chapters

Click

For Assignments of MCQs, True/False and Fill ups

come-become-educated
Abhyaas:

1 mark Questions
MCQs, True/False
and Fill ups of all chapters

Click here

come-become-educated
Abhyaas: